

Howland 电流源分析与仿真

一、常用 V-I 转换器

1. 浮动负载型

1) 经典恒流源 1, 如图 1, 负载 R_L 流过电流等于 V_{G1}/R_s 。

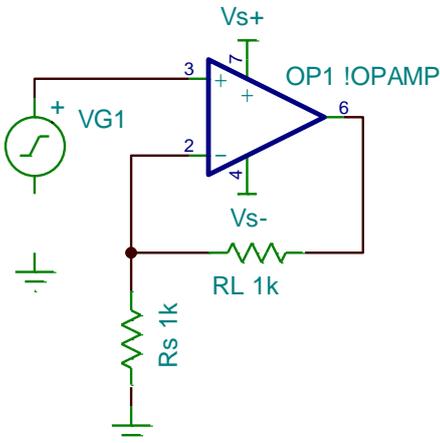


图 1

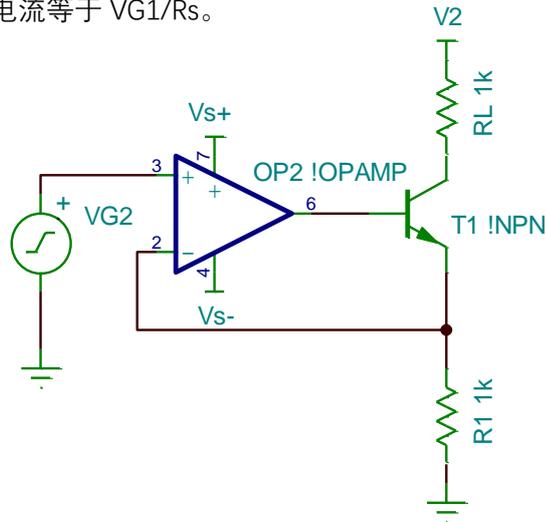


图 2

2) 经典恒流源 2, 如图 2 受限于放大器输出电流的能力, 有改进型 2。

利用 bjt 的特性 $i_c \approx i_e$, 使负载从 V_2 源获取电流, 负载电流约等于 V_{G1}/R_s 。

此电路, 有很多从稳定性、量程上做文章的改进型电路。尤其是为了更高的输出电流能力将 bjt 改为 mos 管时, 稳定性将会变差。

经典 2 是常见的电流源, 相比于恒流源 1, 电流源的流向被限定。图 3 则是四象限电流源。下管 T2 导通可灌入电流到 V_{s-} 。

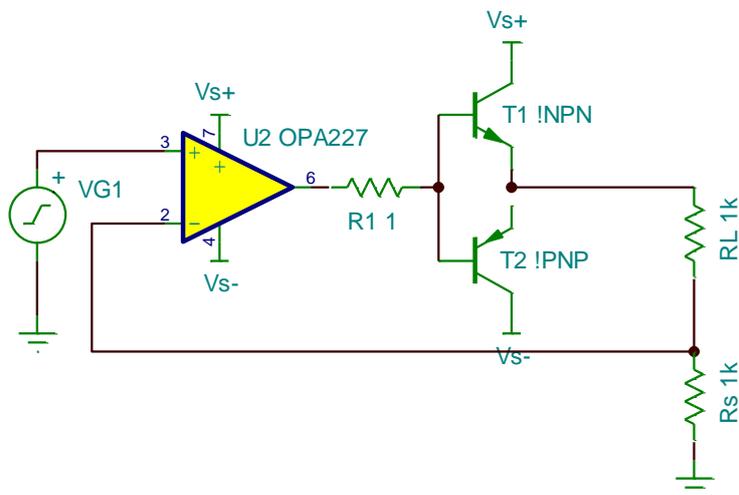


图 3

2.共地负载型

当负载的一个端点已经被约束时就不一定能使用上述浮动负载型电流源。

1) 34401 欧姆电流源

图 4 是经典的 hp34401 6 位半万用表欧姆档的电流源部分简图。电流镜通过 RS2 与 RS3 将电流传递给负载。

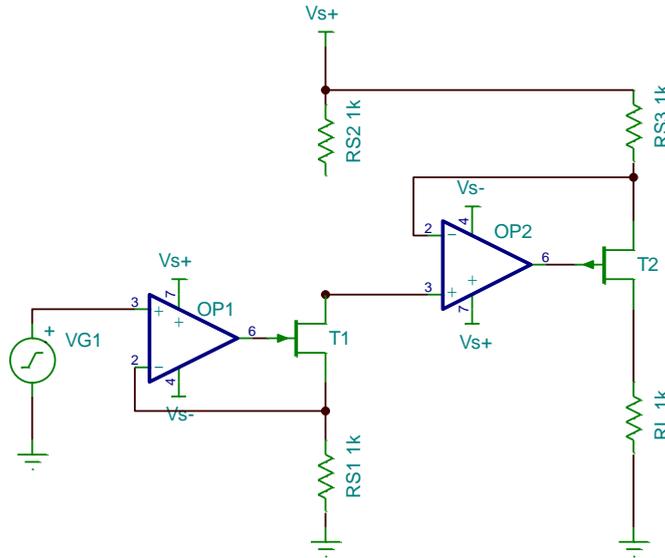


图 4

2) 微电流电流源, TI 参考设计 slac577a 放大器 2 为仪表放大器,

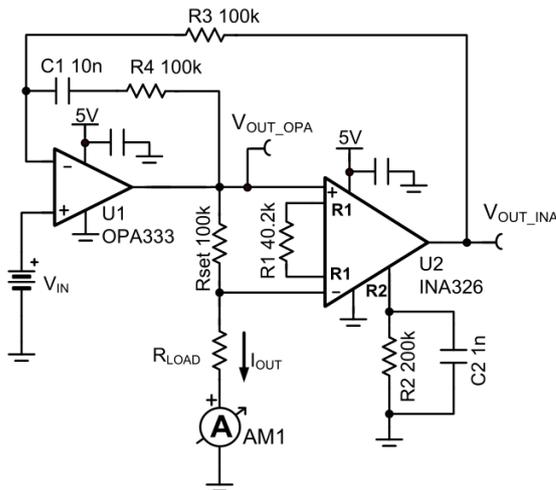


图 5

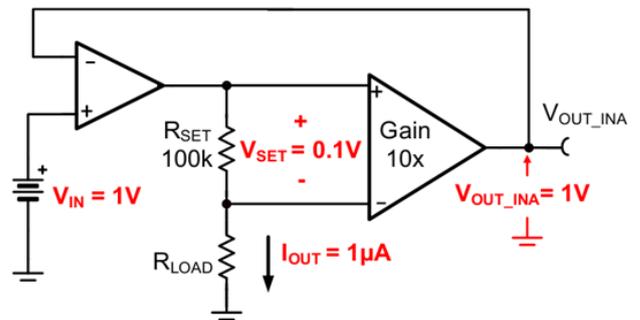
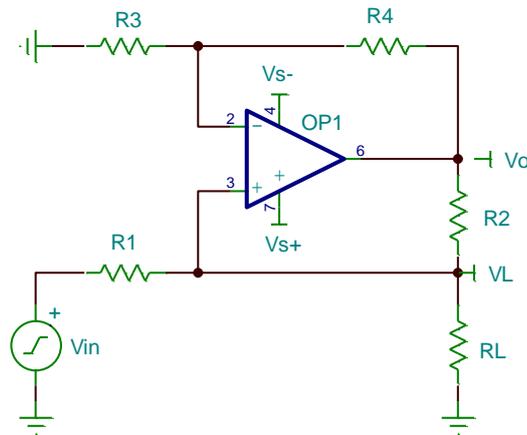


图 6

3) howland 电流源



二、howland 电流源分析

1. 公式推导

Howland 由发明者得名，该电路不仅包含负反馈，还包含正反馈。其反馈系数可写成下式。显然只要电路中负载 R_L 存在 $< \infty$ ，负反馈将大于正反馈，电路稳定。

$$\beta_N = \frac{1}{1 + R_2/R_1} \quad \beta_P = \frac{1}{1 + R_2/R_1 + R_2/R_L}$$

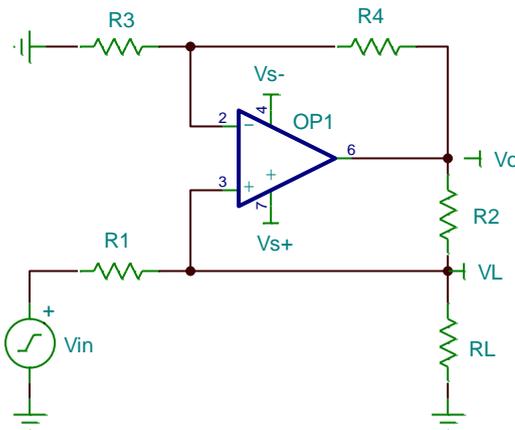


图 7

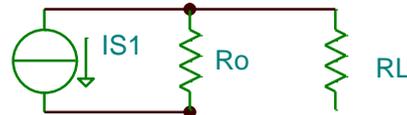


图 8

从负载端 R_L 看进去的电路，可以用图 8 的**诺顿等效**电路代替：

- 短路电流**：短路负载求得 i_{s1} ， $i_{s1} = V_{in}/R_1$
- 断开 R_L ，求**开路电压** $V_{L_{oc}}$ 。

$$V_{L_{oc}} = V_o \frac{R_3}{R_3 + R_4} = (V_o - V_{in}) \frac{R_1}{R_2 + R_1} + V_{in}$$

$$V_{L_{oc}} = V_{in} \frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 - R_1 R_4}$$

- 求 R_o

$$R_o = \frac{V_{L_{oc}}}{i_{s1}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_2 R_3 - R_1 R_4} = \frac{R_2}{R_2/R_1 - R_4/R_3}$$

当分母为 0 时 R_o 无穷大，既当 $R_2/R_1 = R_4/R_3$ 时， i_{s1} 是全部作用在 R_L 上的理想电流源。

“电压柔量”也是恒流源的一个重要参数，既： V_L 的极限电压。此参数存在的原因是：运放的摆幅有限，超过出能力时，放大器不能正常工作。

例：放大器供电电压为 $\pm 15V$ ， $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1K$ ， R_L 也为 $1K$ 。设置 $V_{in} = 10V$ ，理想的 R_L 获取 $10mA$ 电流，此时 $V_L = 10V$ ，则 V_o 应该为 $20V$ ，实际上不可能。

因为负载阻抗是不定的，并且 R_L 负载的另外一端不一定接 0 点位。所以标称电流源正常工作的参数不能与负载有关。根据上例，这个参数可以是 V_L 点的极限工作电压，即电压柔量。Howland 电流源输入可正可负，对应到负载端即：可流入亦可流出。则：

$$|V_L| \leq \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_{O_{sat}} \quad (V_{O_{sat}} \text{ 为运放输出轨})$$

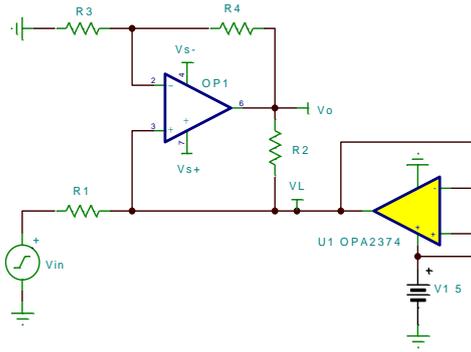


图 9

例：如图 9，设 OP1 的轨电压 $V_{o_{sat}}$ 为 0V 与 30V， $R_1=R_2=R_3=R_4=1K$ ，放大器 U1 输出阻抗为 r_L ， V_{in} 输入负电压，测试放大器 U1 输出电流与输出电压的关系。

在小电流时放大器的输出阻抗很低($r=(4.99-4.34v)/5mA=130\Omega$)，能报保证

$(5V - iL * rL) > 0V$ && $(5V - iL * rL) < 30V$ 。而在超出放大器输出电流能力时，阻抗突然变大。 $(5V - iL * rL) < 0V$ 超出了 OP1 电源轨，电流源也失效。

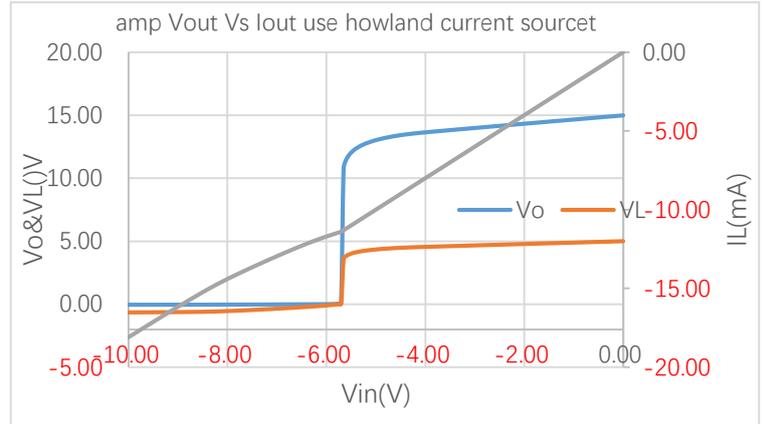


图 10

2. 电阻失配的影响

根据上述的诺顿等效电路图以及导出的输出电阻公式

$$R_o = \frac{V_{L_{oc}}}{i_{s1}} = \frac{R_2}{R_2/R_1 - R_4/R_3}$$

短路电流 i_{s1} 依然是 V_{in}/R_1 ，而输出电阻将由于电阻失配，分明不为 0 变的不理想。对负载来说是“分流作用”。可写成下式：

$$i_L = \frac{V_{in}}{R_1} * \frac{R_o}{R_o + R_L} = \frac{V_{in}}{R_1} * \frac{R_o}{R_o + \frac{V_L}{i_L}} = \frac{V_{in}}{R_1} - \frac{V_L}{R_o}$$

上式表明电阻失配将导致输出电阻不为无穷大，进一步导致负载电流的误差。

还可以根据输出电阻的公式，分析失配对 R_o 的影响。**即分母取得极值，分母第一项最大，分母第二项最小。**在实际选取电阻时，电阻给出误差系数 ϵ 如：5%、1%、0.1%等。

$$R_{o_{min}} = \frac{R_2(1 + \epsilon)}{\frac{R_2(1 + \epsilon)}{R_1(1 - \epsilon)} - \frac{R_4(1 - \epsilon)}{R_3(1 + \epsilon)}} = \frac{R_2(1 + \epsilon)}{R_1 \left[\frac{(1 + \epsilon)}{(1 - \epsilon)} - \frac{(1 - \epsilon)}{(1 + \epsilon)} \right]} = R_1 * \frac{(1 - \epsilon)}{4\epsilon} \approx \frac{R_1}{4\epsilon}$$

例：选取 $R_1=R_2=R_3=R_4=100k\Omega$ ，选用 **1%** 精度电阻时输出电阻为 $100k\Omega/0.04=2.5M\Omega$ ，选用 **0.1%** 精度电阻时输出电阻为 $100k\Omega/0.004=25M\Omega$ 。

3. 放大器增益的影响

在研究放大器增益的影响时，暂时**忽略电阻失配的影响**，假定四个电阻完全匹配。将 howland 看成同相放大器电路，参照同相放大器的闭环增益形式。

$$A = \frac{a}{1 + a\beta} \quad (\beta = \frac{R_g}{R_f + R_g})$$

$$A = \frac{a}{1 + a\beta} = \frac{a}{1 + a * \frac{R3}{R3 + R4}} = \frac{a}{1 + a * \frac{R1}{R1 + R2}} \quad (\beta = \frac{R1}{R1 + R2})$$

另外有 KCL 定理列下式:

$$i_L = \frac{V_{in} - V_L}{R1} + \frac{V_o - V_L}{R2}$$

约掉 V_o 整理:

$$\begin{aligned} i_L &= \frac{V_{in} - V_L}{R1} + \frac{\frac{a * V_L}{1 + a\beta} - V_L}{R2} = \frac{V_{in}}{R1} - V_L \frac{R2 - \frac{aR1}{1 + a\beta} + R1}{R2R1} = \frac{V_{in}}{R1} - V_L \frac{R2 + R1}{R2R1} \\ &= \frac{V_{in}}{R1} - \frac{V_L}{(R2//R1) * (1 + \frac{a}{R2/R1})} = \frac{V_{in}}{R1} - \frac{V_L}{R_o} \end{aligned}$$

$$R_o = (R2//R1) * (1 + \frac{a}{R2/R1})$$

上式将输出阻抗与放大器增益联系起来, 当放大器开环增益小时, 输出阻抗也小。

例, $R1=R2=R3=R4=100\text{k}\Omega$ 放大器直流增益为 120 dB = 10^6 V/V。此时输出电阻 $R_o=100\text{k}\Omega//100\text{k}\Omega * 10^6/2=25\text{G}\Omega$ 。如果 $R1=R2=R3=R4=10\text{k}\Omega$ 放大器增益降为 80dB 时 $R_o=15\text{M}\Omega$ 。

在交流应用时, 应该尤其注意。放大器的增益会以每 10 倍频 20dB 下降。直流增益在 120dB, 主极点在几 HZ 的放大器到 10kHz 的增益只有 40dB, 精度严重下降。

例: $R1=R2=R3=R4=10\text{M}\Omega$, 放大器直流增益为 120 dB, 10KHZ 时的输出电阻 $R_o=10\text{M}\Omega//10\text{M}\Omega * (1+10^2/2)=255\text{M}\Omega$

4. 效率改进型 howland

根据前文对 howland 电流源“电压柔量”的认识：为了获得大的电压柔量，R2 取值不能大，而让 R1 取相对大的值。

例 R1=R3=1k Ω ，R2=R4=100 Ω ，电阻无偏差.测试 OP2 放大器灌电流的能力。
如右图 10 所示。

- a、设置 Vin=1V，iL=1mA。
- b、VL=5V，Vo=5.5V，iR4=5mA。
- c、iR2=5mA，io=10mA

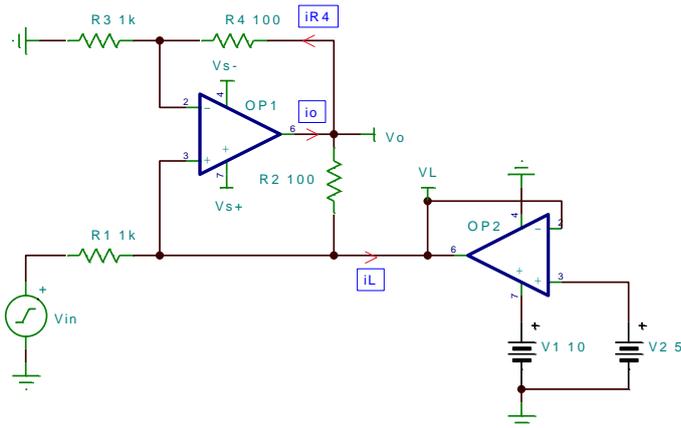


图 10

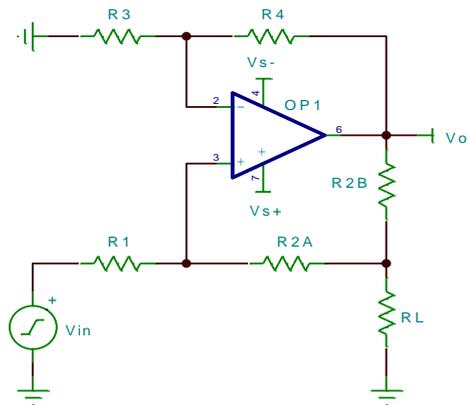


图 11

可以通过等比例提高 R1,R4 阻值，让 iR4 支路的电流很小，并将其忽略。然而放大器的效率依然很低，有用电流 1mA，需要放大器提供 5mA。即使电桥取等值 1K，使 iL=1mA 时，放大器依然要提供 5mA。

前人通过将 R2 拆分为两部分，改进了这个电路如图 11。使 R2=R2A+R2B。此时

$$\frac{R4}{R3} = \frac{R2A + R2B}{R1} \quad \text{此时} \quad iL = \frac{Vin}{R2B} * \frac{R2}{R1}$$

除了增益相 R2/R1，可以通过 R2B 调节灵敏度，如上例将电路改成改进型后如图 12，流到其他支路的电流几乎可以忽略不计。改进电路后“电压柔量”也有提高。

实际上“电压柔量”的本质是放大器同相端电压经过同相放大器后，不能超出放大器电源轨。显然改进后放大器的同相端分压比例变小。

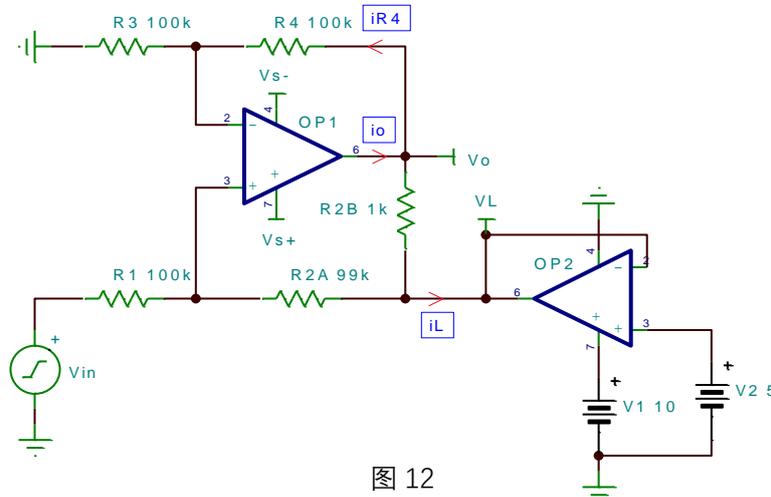


图 12

三、 howland 噪声分析与仿真

由于项目需求，需要产生一个交流微电流源，频率在几十 kHz，负载有一个约 20kHz 的带通滤波器。电流大小约为 nA 级至 100uA 级，需要极致的低噪声。以下将分析 howland 电流源中每个元素对噪声的贡献，并使用 TINA 仿真。

1. tina 工具验证

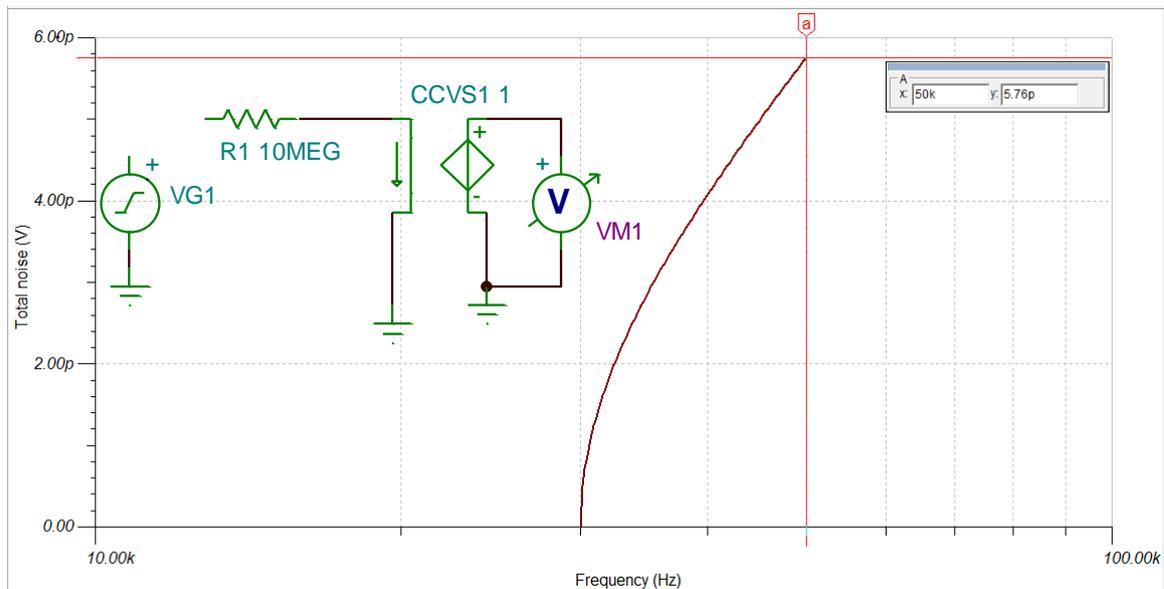
电阻的热噪声： $en^2 = 4ktBR$ $in^2 = 4ktB/R$

以下通过 excel 计算了不同电阻在 20kHz 带宽，t=300k 时的电压与电流噪声。

电压噪声与电阻的开方成正比，电流噪声与电导的开方成正比。

en^2	$4kTBR$	R(kohm)	$in(pA\ rms)$	$en(uV\ rms)$
in^2	$4kTB/R$	10000	5.75	57.55
T(K)	300	1000	18.20	18.20
B(HZ)	20000	500	25.74	12.87
k	$1.38E-23$	100	57.55	5.75

Tina 仿真 10M 电阻电流噪声仿真，得到 20kHz 带宽的积分总噪声为 5.76pArms 与理论计算相符合，仿真说明了 Tina 电阻噪声模型准确。



2. howland 中电阻噪声分析

a) 等值电桥电阻合成噪声

使用 Tina 理想放大器， $R_1=R_2=R_3=R_4=R$ ， R 取不同电阻时，仿真在 20K 带宽的积分噪声得到如下表：

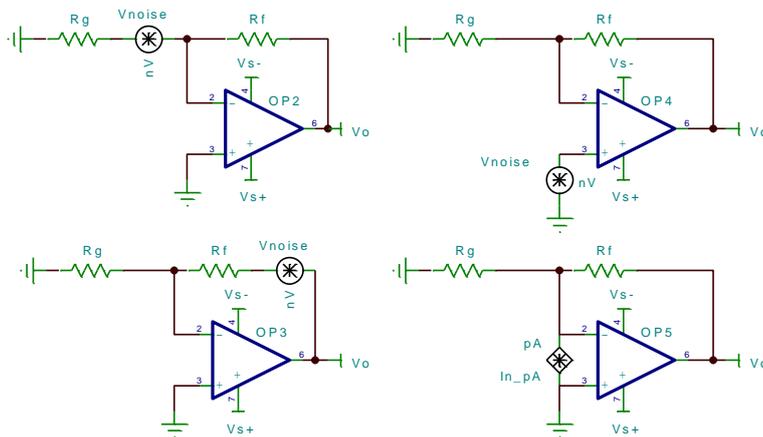
R(komh)	R(pA rms)	Howland noise(pA rms)
100	5.75	114
500	18.20	51
1000	25.74	36
10000	57.55	11.4

结合仿真结果进一步分析：合成噪声与 R 电阻的关系。经过推算有如下关系： $in_{all}^2 = 4 * in_R^2 (11.4^2 = 4 * 5.7^2)$ 。对于：电桥电阻取等值，已经看到了总噪声与电阻的关系。

b) 同相放大电路噪声增益

《运算放大器电路固有噪声的分析与测量》中有一章噪声计算实例中：合成噪声需要计算每个噪声源对总噪声的贡献。噪声增益是将每个噪声源折算到输入端，或者输出端。文章中还提出了：可用叠加原理来分析每个噪声源对结果的贡献，以计算噪声增益。

如下图，分析 R_g 电阻时，将 R_g 当成一无噪电阻串联其等效噪声源，再使用叠加原理，将其他电压源接地，以计算这个源对输出的影响。最后将噪声源折算到同相输入端。



$$Equ_{input_{Rg}} = Vn_{Rg} * \frac{Rf}{Rg} / (1 + \frac{Rf}{Rg})$$

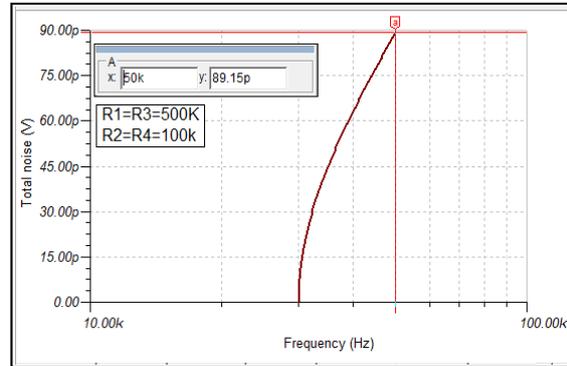
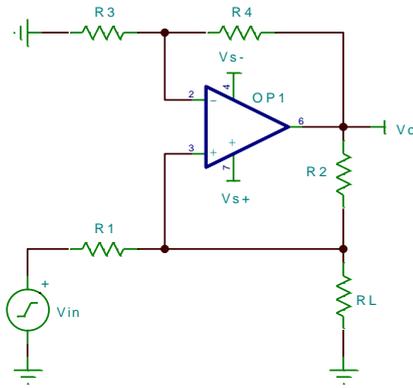
$$Equ_{input_{Rf}} = Vn_{Rf} / (1 + \frac{Rf}{Rg})$$

$$Equ_{input_{amp_{en}}} = Vn_{amp_{en}}$$

$$Equ_{input_{amp_{in}}} = in_{amp} * Rg / (1 + \frac{Rf}{Rg}) = in_{amp} * Rg // Rf$$

c) HowLand 电阻噪声增益

对于同相放大电路，等效噪声本可以直接等效至输出，而对于 howland 或者其他复杂电路，等效至输出 V_o 并没有用，真正的输出不在 V_o 端，分析比较复杂。在有确定的输入输出关系的电路中，等效至输入端就能得出输出端等效噪声。



$$Equ_input_{R3} = Vn_{R3}$$

$$Equ_input_{R1} = Vn_{R1}$$

$$Equ_input_{R4} = Vn_{R4} * R4/R3$$

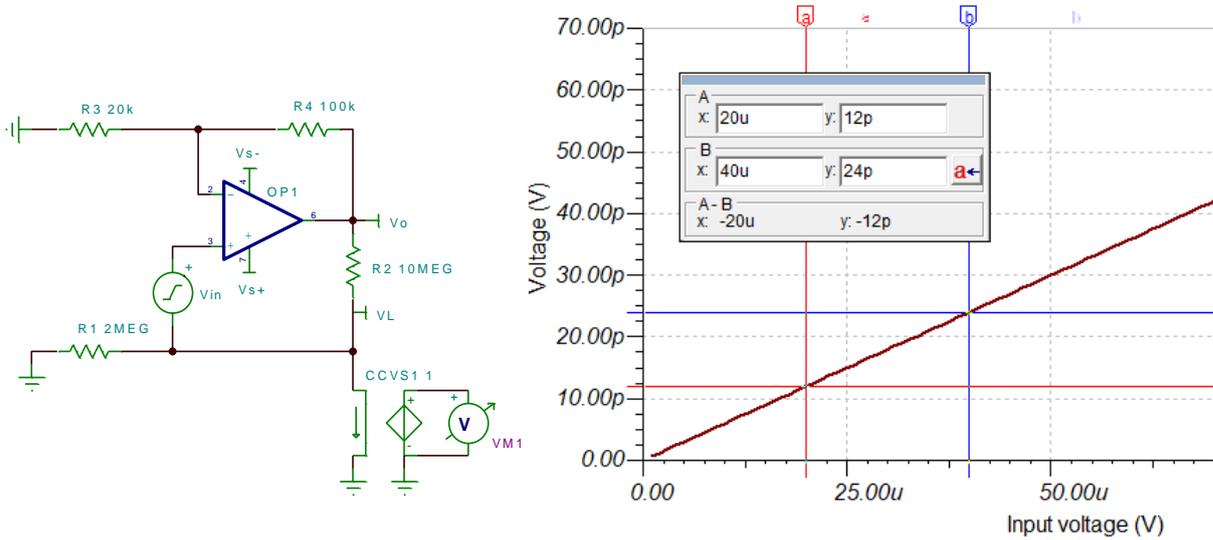
$$Equ_input_{R2} = Vn_{R2} * R4/R3$$

$$Equ_input_{resall} = \sqrt{Equ_input_{R1}^2 + Equ_input_{R2}^2 + Equ_input_{R3}^2 + Equ_input_{R4}^2}$$

	R1	R2	R3	R4	equ_input(uVrms)	in_all(pArms)
value(komh)	10000	10000	10000	10000		
Vn_r(uVrms)	57.5500	57.5500	57.5500	57.5500	115.1000	11.5100
value(komh)	10000	1000	10000	1000		
Vn_r(uVrms)	57.5500	18.1989	57.5500	18.1989	269.9333	26.9933
value(komh)	500	100	500	100		
Vn_r(uVrms)	12.8686	5.7550	12.8686	5.7550	44.5780	89.1560
value(komh)	500	100	50	10		
Vn_r(uVrms)	12.8686	5.7550	4.0694	1.8199	33.0599	66.1199
value(komh)	200	200	20	20		
Vn_r(uVrms)	8.1388	8.1388	2.5737	2.5737	12.0718	60.3589
value(komh)	2000	10000	20	100		
Vn_r(uVrms)	25.7371	57.5500	2.5737	5.7550	28.3342	14.1671

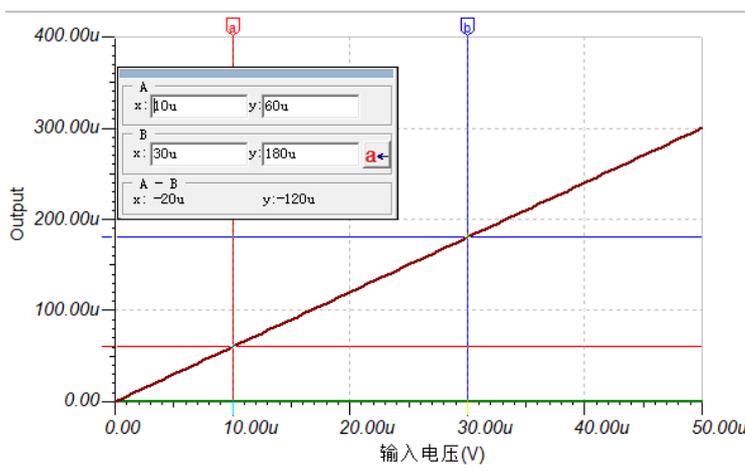
3. HowLand 中放大器的噪声分析

a) 放大器电压噪声



在基本放大电路中添加噪声源，其噪声增益很容易分析出来。然而更复杂的电路中是比较困难的。此时可以使用工具：如使用 tina 在放大器的等效噪声端添加一个源，然后仿真器传输特性，可以计算其增益。

在此处，实际上噪声源相当于在同相放大器的输入端，最终将其折算到 R3, R1 左侧作为输入。根据猜测，在仿真传输特性时监控 Vo 特性。



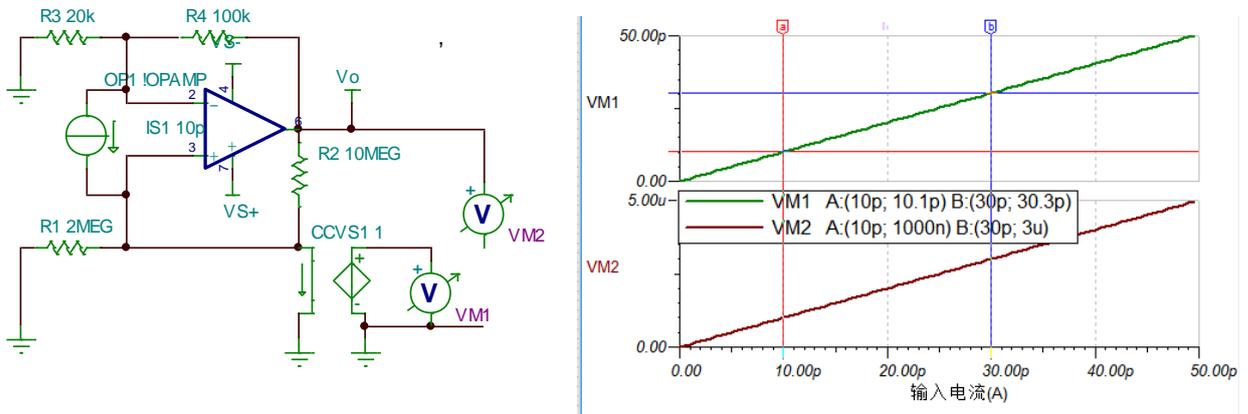
根据上图仿真结果，以及分析可以推算出放大器的电压噪声，甚至 Vos 对输出电流的影响。

$$Equ_input_amp_en = Vn_{amp} * \left(1 + \frac{R4}{R3}\right) / (R4/R3)$$

b) 放大器电流噪声

放大器的电流噪声对输出的影响比电压噪声更不直观。通过仿真尝试，我发现其与同相

放大电路中放大器电流噪声相关。唯一的区别是噪声增益不同。

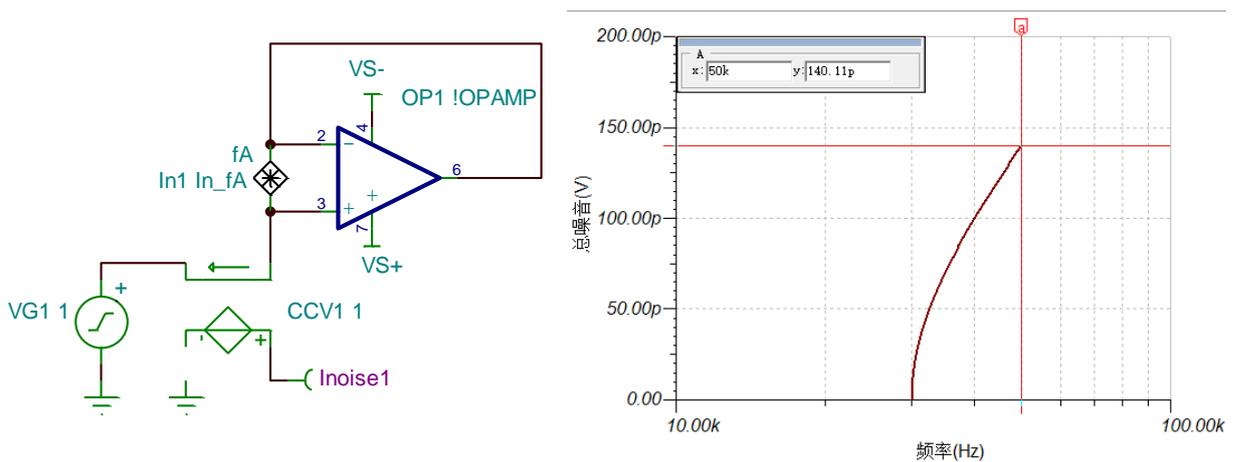


通过等比例更换 R3,R4 值, 发现 Vo 的变化率, 与 is1,R4 值, 以及 R4 与 R3 的比值相关。

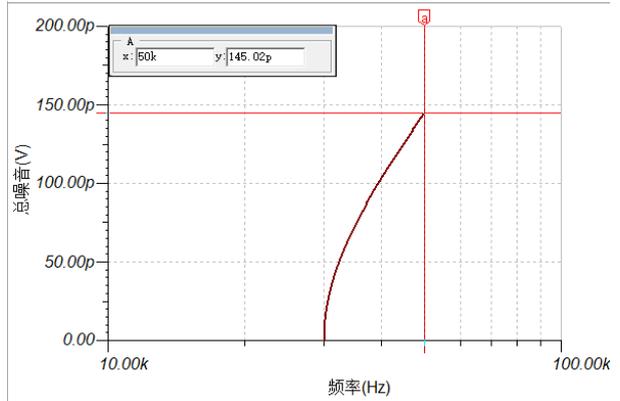
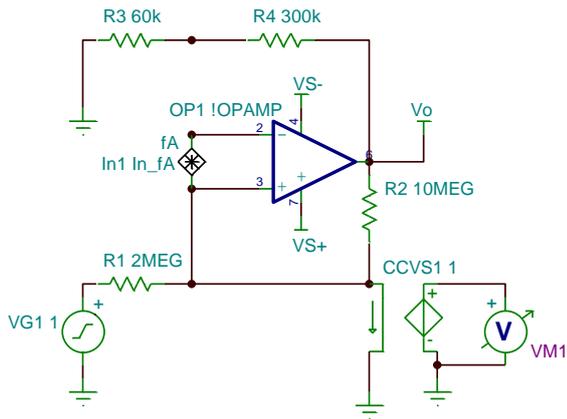
R1(komh)	R2(komh)	R3(komh)	R4(komh)	dVo(nV)/20pA	diL(pA)/20pA
2000	10000	20	100	2000	20.2
2000	10000	60	300	6000	20.6
2000	10000	200	1000	20000	22
2000	10000	2000	10000	200000	40
10000	10000	10000	10000	200000	40

$$\Delta V_o = I_{S1} * R_4 \quad \Delta i_L = \Delta V_o / (R_4 / R_3) / R_1 + I_{S1}$$

从 tina 中选取噪声电流模型, 并分析 20kHz 带宽的等效噪声,



噪底:将下图中, 噪声电流源去掉, 仿真 20kHz 带宽的输出电流积分噪声。再将上述噪声电流源替换电流源。



R1(komh)	2000	2000	2000	2000	10000	10000
R2(komh)	10000	10000	10000	10000	10000	10000
R3(komh)	20	60	60	60	10000	100
R4(komh)	100	300	300	300	10000	100
噪底(pArms)	14.17	14.31	14.28	14.31	11.52	8.18
in1(pArms)	140.11	140.11	140.11	42.03	42.03	42.03
合成噪声(pArms)	142.22	145.02	154.78	45.6	84.85	43.24

合成噪声公式:

$$Equ_input_{R3} = Vn_{R3}$$

$$Equ_input_{R1} = Vn_{R1}$$

$$Equ_input_{R4} = Vn_{R4} * R4/R3$$

$$Equ_input_{R2} = Vn_{R2} * R4/R3$$

$$Equ_input_{resall} = \sqrt{Equ_input_{R1}^2 + Equ_input_{R2}^2 + Equ_input_{R3}^2 + Equ_input_{R4}^2}$$

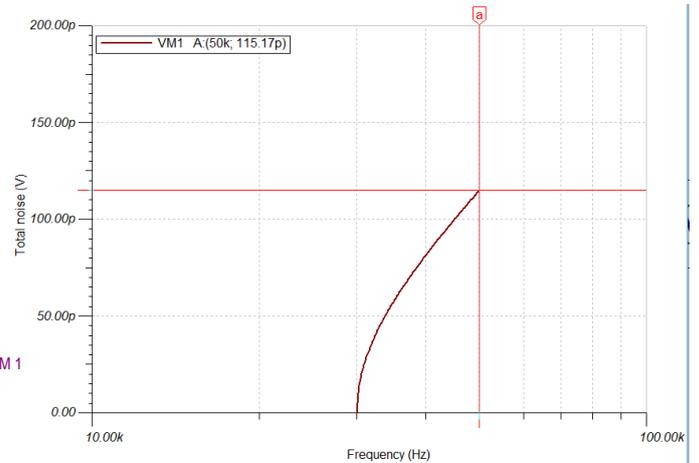
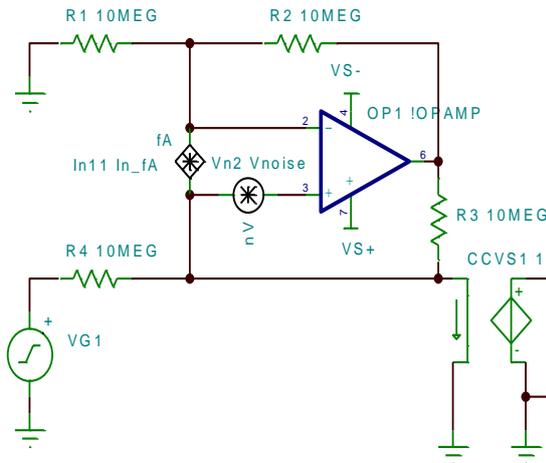
$$Equ_input_{amp_en} = Vn_{amp} * \left(1 + \frac{R4}{R3}\right) / (R4/R3)$$

$$Equ_input_{amp_in} = (in_{amp} + in_{amp} * R3 / (R4/R3) / R1) * R1$$

$$Equ_input_{all} = \sqrt{Equ_input_{resall}^2 + Equ_input_{amp_en}^2 + Equ_input_{amp_in}^2}$$

$$Equ_output_{all} = Equ_input_{all} / R1$$

例使用理想放大器并添加等效电压噪声以及等效电流噪声，R1=R2=R3=R4=10M



$$Equ_{input_resall} = \sqrt{4 * Equ_{input\ 10M}^2} = 115.1\mu Vrms$$

$$en_{amp} = 0.00312 * \sqrt{20000} = 0.441\mu Vrms$$

$$Equ_{input\ amp\ en} = Vn_{amp} * 2 = 0.882Vrms$$

$$in_{amp} = 0.40715 * \sqrt{20000} = 57.57pArms$$

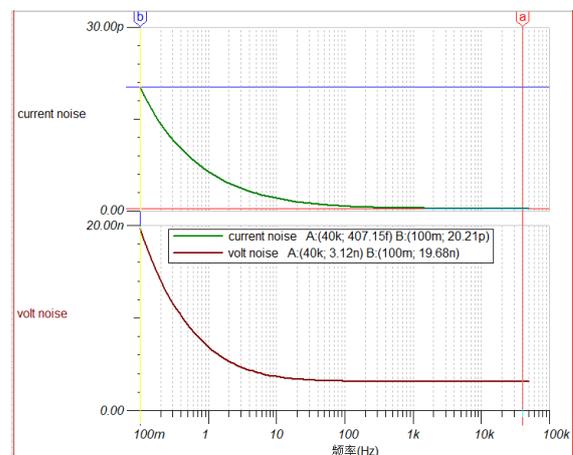
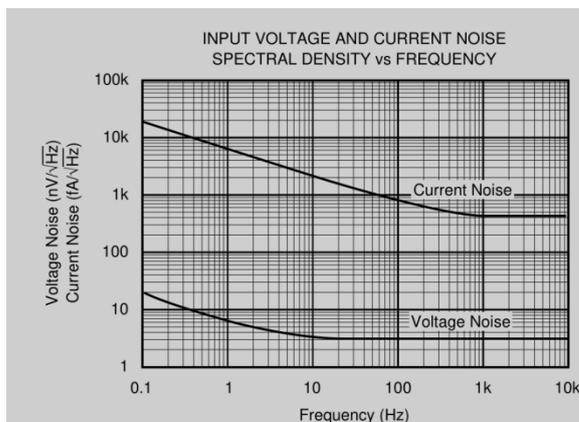
$$Equ_output\ amp\ in = 115.1pArms$$

$$Equ_input\ amp\ in = Equ_output\ amp\ in * R1 = 1151.59\mu Vrms$$

$$Equ_output\ all = \sqrt{115.1^2 + 0.882^2 + 1151.59^2} / 10 = 115.73pArms$$

4. 实际放大器噪声仿真

使用 OPA227 与 OPA228，R1=R2=R3=R4=10M。分析了 TINA 中这两个放大器噪声的准确性。下图可知，基本准确。



OPA227 与 OPA228 的噪声模型相同，实际仿真结果不同，也与计算值不同。以下罗列计算值仿真值。

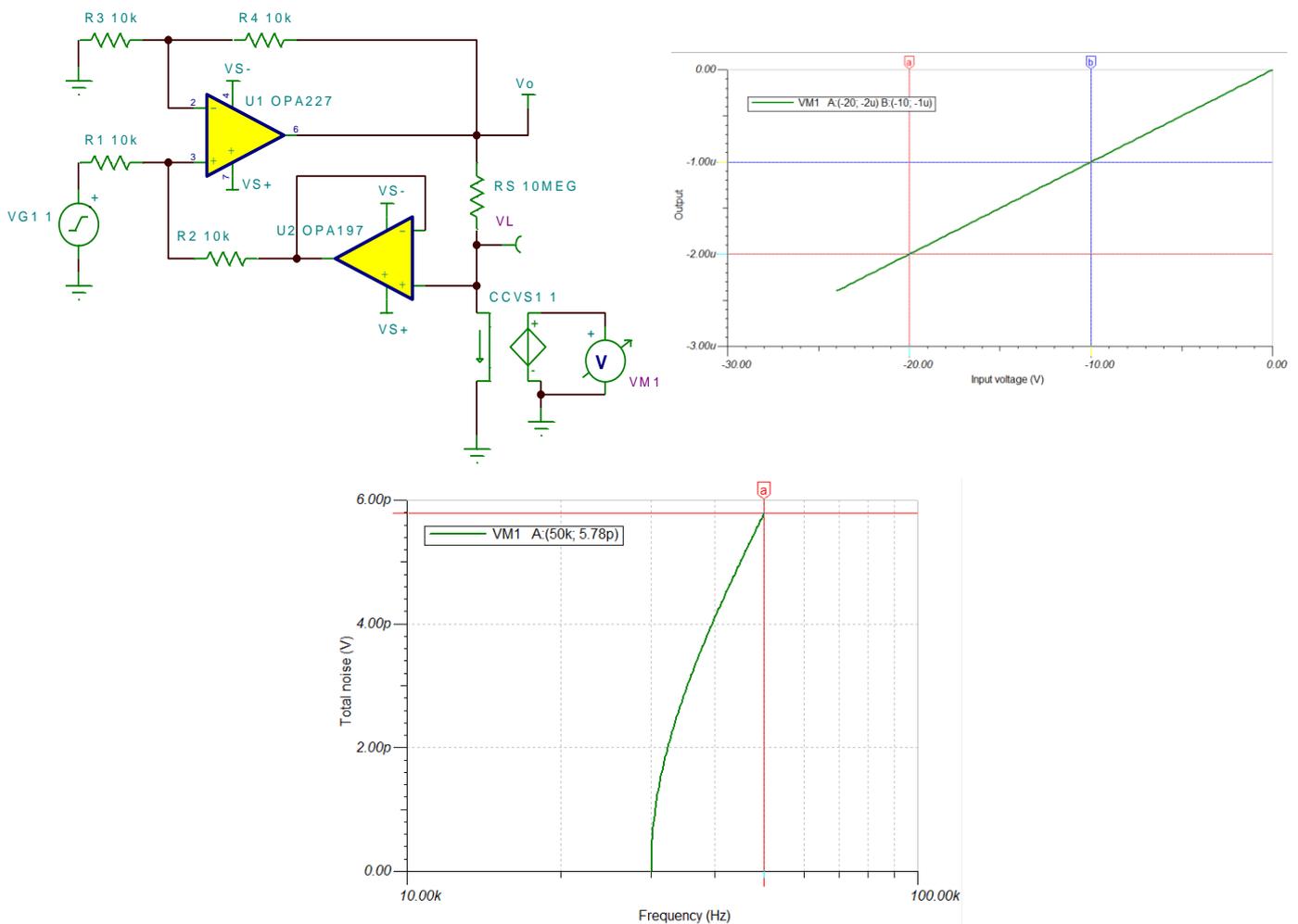
放大器		opa197	opa189	opa227	opa228	opA1662
主要参数	IB (pA)	5	70	2500		600k
	AOL (dB)	134	170	160		100
	带宽 (MHZ)	10	14	8	33	20
20kHz带宽	en(uVrms)	0.772	0.749	0.440	0.440	0.438
	in(pArms)	0.379	23.000	57.580	57.580	99.090
R1=R2=10M	计算	11.536	47.418	115.733	115.733	198.514
R3=R4=10M	仿真	12.310	35.890	96.770	86.030	201.560
R1=R2=10M	计算	8.190	24.628	58.728	58.728	100.415
R3=R4=100k	仿真	8.200	24.740	58.180	58.180	100.430

四、改进型 howland 噪声分析与仿真

以上分析了 howland 中每个元素对噪声的贡献，另外有一改进型电路，将输出与 R2, 以及 OP1 的噪声电流隔离开。并且有着输出灵敏度取决于 RS, 以及 R1, R2 比值。只要变动电阻 RS, 就可以改动电流灵敏度，方便分档。电压柔量： $|VL| \leq |Vo_{sat}| - Rs * IL$

显然当 Rs 取大值，其他电阻可以取较小值，输出电流噪声受 OP1 影响小。

例：



总输出噪声为 5.78pArms 到达了理想的仅由 RS 电阻(5.75pArms) 的电流噪声决定。此电路中为了获得更宽动态范围，将 VS-=-25V, VS+=25V。

此处分析的噪声仅仅是 howland 电流源的噪声，而实际上还应包括前级的噪声的作用。按照噪声合成理论，当有噪声 a 大于噪声 b 3 倍以上时，合成噪声仅与噪声 b 无关。所以对前级的要求至少应该与 howland 的噪声相当。即 $5.78pArms * 10Momh = 57.8uVrms$ 。